

## TD-Cours n°1 - Binaire

Dans la vie de tous les jours on écrit les nombres dans la base décimale, la base 10. C'est à dire que chaque chiffre qu'on écrit est associé à une puissance de 10. Il y a 10 chiffres différents.

Le binaire est l'écriture d'un nombre dans la base numérique 2. On écrira donc une suite de chiffres correspondant aux puissances de 2. Il n'y a que deux chiffres différents : 0 et 1.

Plus rigoureusement, l'écriture binaire est définie par la propriété suivante :

Soit  $n \in \mathbb{N}$ .

Il existe  $p \in \mathbb{N}$  et  $p$  nombres  $a_0, \dots, a_p \in \{0, 1\}$  avec  $a_p = 1$  tels que  $n = a_p * 2^p + \dots + a_0 * 2^0$ .

Les nombres  $a_0, \dots, a_p$  forment la décomposition binaire de  $n$ . Cette décomposition est de plus unique.

Dans la suite, on écrira toujours les écritures binaires sous la forme  $a_p a_{p-1} \dots a_0$ . Par exemple le nombre 6 est représenté par 110. Le bit associé à la puissance 0, dit *bit de poids faible*, est à droite et le bit associé à la puissance  $p$ , dit *bit de poids fort*, est à gauche.

### 1 Passer du décimal au binaire (et réciproquement)

1. Écrire dans la base décimale les nombres suivants : 100, 1001010, 11100111
2. Généraliser le procédé à  $x_0 x_1 \dots x_{k-1} x_k$  une écriture binaire quelconque.
3. On considère  $x \in \mathbb{N}$ . Comment déterminer le dernier chiffre de l'écriture binaire de  $x$ ? (réfléchir à comment le faire sur un ordinateur aussi)
4. Généraliser : comment trouver l'avant dernier chiffre? Les autres chiffres?
5. Quelle est l'écriture en binaire de 10, 87, 234?

### 2 Le binaire dans la machine

En informatique, le binaire est le langage de la machine : un signal électrique représente un 1 et pas de signal électrique représente un 0. Pour simplifier le stockage, les bits sont stockés par groupe de 8, on appelle cela un octet. On ne peut donc stocker les valeurs que sur des paquets de 8 bits, en utilisant des 0 pour remplir les bits non nécessaires. Par exemple 6 est représenté par 00000110.

6. Écrire 68 sur 8 bits. Écrire 236 sur 8 bits. Peut-on écrire 364 en binaire sur 8 bits?

Comme pour les unités physiques, on peut compter de grandes quantités d'octets en puissances de 10 : ko, Mo, Go.

Mais le plus souvent les quantités d'octets dans nos disques durs sont des multiples de 2. Des unités spéciales existent pour désigner cela : un kibi-octet (kio) est  $2^{10}$  octets, un Mébi-octet (Mio) est  $2^{20}$ , un gibi-octet (Gio) est  $2^{30}$ , un tébi-octet (Tio)  $2^{40}$  et ainsi de suite.

### 3 Opérations

L'addition en binaire est simple : il suffit de la poser, comme on vous a appris en primaire, sauf que dès qu'on fait 1+1, ça donne une retenue.

7. Additionner 7 et 13 en binaire.

On appelle complément à 1 d'un nombre le nombre obtenu en inversant ses bits : les 0 deviennent des 1 et les 1 des 0. On notera  $\bar{n}$  le complément à 1 d'un nombre binaire  $n$ .

8. Calculer le complément à 1 de 10010011.
9. On appelle complément à 2 le complément à 1 auquel on ajoute 1. Calculer le complément à 2 de 10010011.
10. Combien vaut 10010011 additionné à son complément à 2?
11. Traduire en décimal 10010011 et le résultat de la question précédente. Que remarquez-vous?
12. Essayer de prouver ce que vous avez remarqué pour tout  $n$ .
13. En déduire une manière d'effectuer la soustraction en binaire.
14. Faire les additions et soustractions suivantes :  $00011101 + 10000001$ ,  $01010101 - 00010010$ ,  $11100000 + 00111110$ ,  $01011010 - 01001111$

## 4 Bonus : Hexadécimal

L'informatique utilise aussi l'hexadécimal, plus compact et donc plus facile à lire pour un humain.

L'hexadécimal, comme le nom l'indique, c'est l'écriture dans la base 16. Il faut donc 16 chiffres pour l'écrire : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Les lettres A à F correspondent aux valeurs numériques 10 à 15.

15. Écrire dans la base décimale les nombres suivants : 34, 45A2, BF
16. Quelle est l'écriture en hexadécimal de 10, 879, 23456?
17. Vos procédés algorithmiques pour traduire vers, et depuis, le binaire peuvent-ils être adaptés à l'hexadécimal?